

中国民航大学 2013-2014(1) 学期

高等数学 期中试卷

题目 序号	一	二	三	四	五	六	七	合计 总分
得分								

得分	
----	--

一. 填空题 (6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

1. 函数 $f(x) = \ln \arcsin x$ 的定义域是_____。

2. 设 $f(x) = \frac{e^{\frac{1}{x}} - 1}{e^{\frac{1}{x}} + 1}$ 则 $x = 0$ 是 $f(x)$ 的第_____类中的_____间断点。

3. 设 $f(x) = x(x+1)(x+2)\cdots(x+2013)$, 则 $df|_{x=0} =$ _____。

4. $f(x) = \ln x - \frac{x}{e} + k$ ($k > 0$ 为常数) 在 $(0, +\infty)$ 内零点的个数为_____。

5. 函数 $f(x) = xe^x$ 的 n 阶麦克劳林公式=_____。

6. 求 $y = \frac{-x}{x+1}$ 的 n 阶导数 $y^{(n)} =$ _____。

得分	
----	--

二. 单项选择题 (4 小题, 每小题 3 分, 共 12 分)

1. 设 $f(x)$ 为区间 $(-l, l)$ 上的可导奇函数, 则 $f'(x)$ 为 $(-l, l)$ 上的 ()。

(A) 奇函数; (B) 偶函数; (C) 非奇非偶函数; (D) 以上皆不对。

2. 当 $x \rightarrow +\infty$ 时, 下列变量中与 $\frac{1}{x}$ 等价的无穷小是 ()。

(A) $\frac{1+x}{1+x^3}$; (B) $\frac{1}{x^2} \sin \frac{1}{x}$; (C) $\sqrt{x+1} - \sqrt{x}$; (D) $\ln \frac{x+1}{x}$ 。

3. 若 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处可导, 则成立 ()。

(A) $|f(x)|$ 在 $x = x_0$ 处可导; (B) $f^2(x)$ 在 $x = x_0$ 处可导;

(C) $\tan[f(x)]$ 在 $x = x_0$ 处可导; (D) $\sqrt{f(x)}$ 在 $x = x_0$ 处可导。

4. 设 $f(x)$ 二阶可导, 且 $f'(x) > 0, f''(x) > 0$, 则当 $\Delta x > 0$ 时, 有 ()。

(A) $dy > \Delta y > 0$; (B) $\Delta y > dy > 0$;

(C) $dy = \Delta y > 0$; (D) $dy < \Delta y < 0$ 。

得 分	
--------	--

三. 计算下列各题 (8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分)

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2+3}{6} + \frac{2^2+3^2}{6^2} + \cdots + \frac{2^n+3^n}{6^n} \right)$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan x - x}{\ln(1 + \sin^3 x)}$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{(1+x)^{\frac{1}{x}}}{e} \right]^{\frac{1}{x}}$

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left(\frac{1}{x} - \cot x \right)$

5. 试确定常数 a, b , 使极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + a \cos 2x + b \cos 4x}{x^4}$ 存在。

6. $y = x^x + \ln(3x+1)\arccos(a^x)$, 求 dy 。

7. $y = x^2 \ln(1-x)$ 求 $y^{(10)}(0)$ 。

8. 设 $x = te^t, y = 2t + t^2$, 求 $\frac{d^2y}{dx^2}|_{t=0}$ 。

得分	
----	--

四. (8 分) 研究函数 $f(x) = \begin{cases} 3x - \ln x, & 0 < x < 1 \\ 3x + \ln x, & x \geq 1 \end{cases}$ 在 $(0, +\infty)$ 上的连续性和可导性。

得分	
----	--

五. (8 分) 求平面曲线 $\sin(xy) - \ln \frac{x+1}{y} = 1$ 在 $x = 0$ 处的切线方程和法线方程。

得分	
----	--

六. (7 分) 研究函数 $f(x) = \ln(x^2 + 1)$ 的单调性、极值、凹凸性、拐点。

得分	
----	--

七. (7 分) 证明题 (以下两题选做一题)。

(1) 证明不等式

$$\alpha y^{\alpha-1}(x-y) \leq x^\alpha - y^\alpha \leq \alpha x^{\alpha-1}(x-y), \quad \text{其中, } \alpha > 1, 0 < y < x.$$

(2) 设 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上连续, 在 $(0, 1)$ 内可导, 且 $f(0) = 1, f(1) = \frac{1}{e}$ 。

试证: 在 $(0, 1)$ 内至少存在一点 ξ , 使 $f'(\xi) = -e^{-\xi}$ 。