

## 中国民航大学 2013-2014(1) 学期

## 高等数学 期中试卷

题目 序号	一	二	三	四	五	六	七	合计 总分
得分								

得分	
----	--

一. 填空题 (6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

1. 函数  $f(x) = \ln \arcsin x$  的定义域是\_\_\_\_\_。

2. 设  $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$  则  $x = 0$  是  $f(x)$  的第\_\_\_\_\_类中的\_\_\_\_\_间断点。

3. 设  $f(x) = x(x+1)(x+2)\cdots(x+2013)$ , 则  $df|_{x=0} =$ \_\_\_\_\_。

4.  $f(x) = \ln x - \frac{x}{e} + k$  ( $k > 0$  为常数) 在  $(0, +\infty)$  内零点的个数为\_\_\_\_\_。

5. 函数  $f(x) = xe^x$  的  $n$  阶麦克劳林公式=\_\_\_\_\_。

6. 求  $y = \frac{-x}{x+1}$  的  $n$  阶导数  $y^{(n)} =$ \_\_\_\_\_。

得分	
----	--

二. 单项选择题 (4 小题, 每小题 3 分, 共 12 分)

1. 设  $f(x)$  为区间  $(-l, l)$  上的可导奇函数, 则  $f'(x)$  为  $(-l, l)$  上的 ( )。

(A) 奇函数; (B) 偶函数; (C) 非奇非偶函数; (D) 以上皆不对。

2. 当  $x \rightarrow +\infty$  时, 下列变量中与  $\frac{1}{x}$  等价的无穷小是 ( )。

(A)  $\frac{1+x}{1+x^3}$ ; (B)  $\frac{1}{x^2} \sin \frac{1}{x}$ ; (C)  $\sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ ; (D)  $\ln \frac{x+1}{x}$ 。

3. 若  $f(x)$  在  $x = x_0$  处可导, 则成立 ( )。

(A)  $|f(x)|$  在  $x = x_0$  处可导; (B)  $f^2(x)$  在  $x = x_0$  处可导;

(C)  $\tan[f(x)]$  在  $x = x_0$  处可导; (D)  $\sqrt{f(x)}$  在  $x = x_0$  处可导。

4. 设  $f(x)$  二阶可导, 且  $f'(x) > 0, f''(x) > 0$ , 则当  $\Delta x > 0$  时, 有 ( )。

(A)  $dy > \Delta y > 0$  ;      (B)  $\Delta y > dy > 0$  ;

(C)  $dy = \Delta y > 0$ ;      (D)  $dy < \Delta y < 0$  。

得	
分	

三. 计算下列各题 (8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分)

1.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2+3}{6} + \frac{2^2+3^2}{6^2} + \cdots + \frac{2^n+3^n}{6^n} \right)$

2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan x - x}{\ln(1 + \sin^3 x)}$

---

3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \left[ \frac{(1+x)^{\frac{1}{x}}}{e} \right]^{\frac{1}{x}}$

4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left( \frac{1}{x} - \cot x \right)$

5. 试确定常数  $a, b$ , 使极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + a \cos 2x + b \cos 4x}{x^4}$  存在。

6.  $y = x^x + \ln(3x+1) \arccos(a^x)$ , 求  $dy$ 。

7.  $y = x^2 \ln(1-x)$  求  $y^{(10)}(0)$ 。

8. 设  $x = te^t, y = 2t + t^2$ , 求  $\frac{d^2y}{dx^2} \Big|_{t=0}$ 。

得	
分	

四. (8 分) 研究函数  $f(x) = \begin{cases} 3x - \ln x, & 0 < x < 1 \\ 3x + \ln x, & x \geq 1 \end{cases}$  在  $(0, +\infty)$  上的连续性和可导性。

得	
分	

五. (8 分) 求平面曲线  $\sin(xy) - \ln \frac{x+1}{y} = 1$  在  $x = 0$  处的切线方程和法线方程。

得 分	
--------	--

六. (7 分) 研究函数  $f(x) = \ln(x^2 + 1)$  的单调性、极值、凹凸性、拐点。

得 分	
--------	--

七. (7 分) 证明题 (以下两题选做一题)。

(1) 证明不等式

$$\alpha y^{\alpha-1}(x-y) \leq x^\alpha - y^\alpha \leq \alpha x^{\alpha-1}(x-y), \quad \text{其中, } \alpha > 1, 0 < y < x.$$

(2) 设  $f(x)$  在  $[0, 1]$  上连续, 在  $(0, 1)$  内可导, 且  $f(0) = 1, f(1) = \frac{1}{e}$ 。

试证: 在  $(0, 1)$  内至少存在一点  $\xi$ , 使  $f'(\xi) = -e^{-\xi}$ 。